Contrôle n°1

Exercice 1 (6 *points*)
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

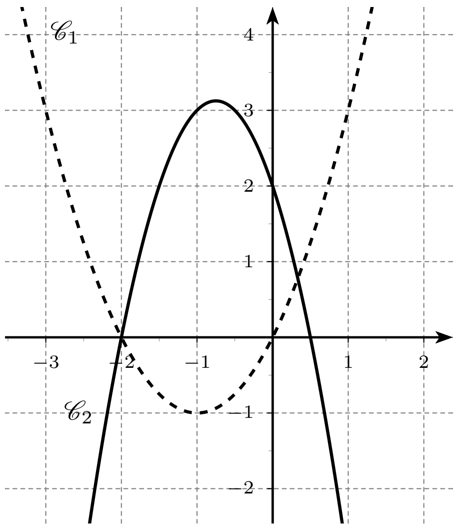
1. $-2x^2 + 11x - 9 = 0$;
2. $4(x+1)^2 = (5x-7)^2$;
3. $\dfrac{3x+1}{8} - \dfrac{10}{x-2} = \dfrac{35}{24}$;
4. $-2x^2 + 11x - 12 \geqslant 0$.

Exercice 2 (2 *points*)
Pour quelles valeurs de m l'équation d'inconnue x :

$$x^2 + 2(m+2)x + 6 - 2m^2 - m = 0$$

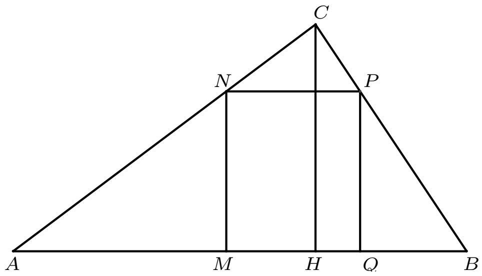
admet-elle deux solutions distinctes ?

Exercice 3 (5 *points*)
On donne ci-dessous les représentations graphiques $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x$ et $g(x) = -2x^2 - 3x + 2$.



1. Préciser, en justifiant, quelle est la représentation graphique de f et quelle est celle de g.
2. Donner la forme canonique de $f(x)$ et de $g(x)$.
3. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de f et de g.
4. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
5. Déterminer par le calcul la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 4 (7 *points*)
Soit un triangle ABC, H le pied de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.



On a : $AB = 12$, $AH = 8$, $BH = 4$ et $CH = 6$.
A tout point M du segment $[AH]$, on associe le rectangle $MNPQ$, où N, P et Q sont respectivement des points des segments $[AC]$, $[BC]$ et $[HB]$.
On pose $AM = x$, où x est un réel compris entre 0 et 8.

1. (a) A l'aide du théorème de Thalès, montrer que $MN = \dfrac{3x}{4}$.
   (b) De la même façon, montrer que $QB = \dfrac{x}{2}$.
   (c) En déduire MQ en fonction de x.
2. On note $S(x)$ l'aire du rectangle $MNPQ$.
   (a) Vérifier que $S(x) = \dfrac{3}{4}x\left(12 - \dfrac{3x}{2}\right)$.
   (b) Pour quelle valeur de x l'aire $S(x)$ de $MNPQ$ est-elle maximale ?
   (c) Pour quelles valeurs de x l'aire $S(x)$ est-elle égale à la moitié de l'aire du triangle ABC ?