

Contrôle n°1

Exercice 1 (3 points)

En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel n , $7^n - 2^n$ est divisible par 5.

Exercice 2 (3 points)

Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(a; b)$ tels que $(a + 4)(b - 1) = 14$.

Exercice 3 (3 points)

La division euclidienne d'un entier a par 64 donne le quotient q et le reste q^3 . Quels sont les nombres de \mathbb{N} qui possèdent cette propriété ?

Exercice 4 (3 points)

Déterminer les reste de la division euclidienne de $2n^2 - n + 2$ par $2n$ selon les valeurs de l'entier naturel n .

Exercice 5 (3 points)

Soit $b \in \mathbb{N}^*$. En divisant 250 par b , le reste est 7. En divisant 500 par b , le reste est 5. Que vaut b ?

Aide : $243 = 3^5$ et $495 = 3^2 \times 5 \times 11$.

Exercice 6 (5 points)

Le nombre n désigne un entier naturel.

1. Démontrer que $n + 1$ divise $n^2 + 5n + 4$ et $n^2 + 3n + 2$.
2. Déterminer l'ensemble des valeurs de n pour lesquelles $3n^2 + 15n + 19$ est divisible par $n + 1$.
3. En déduire que, quel que soit n , $3n^2 + 15n + 19$ n'est pas divisible par $n^2 + 3n + 2$.